

## 第5学年の実践例 II

# 単元 面積の求め方を考えよう (対角線の直交)

### 1. 主張点

#### 『図形を序々に変形させ、発展的に考える力を育てる！』

この学習では、外側に接する長方形の面積の半分がひし形の面積になるという既習の方法を使ってたこ形やくさび形の求積にもその考えが使えるという思考の広がりが見られることをねらっている。これは言葉を換えれば、交わる角度を直角に保ちながら対角線を動かしてできる図形は、どれもひし形の求積方法で求積できることに子どもたちが作業を通して気づいていくことができ、発展的な考えを育てるとてもいい素材であるといえる。これは、1つの図形に対して1つの求積方法という固定した考えではなく、複雑そうな求積の公式も、面積を変えずに図形を変形していくと実は三角形の求積につながったりする等、求積を常に簡単な図形に置き換えて考えていく合理的な態度を育てることにもつながると考える。

### 2. そのための教材開発

まず、導入の入り方である。学習課題を解決する上での前提条件として、「ひし形の求積方法が自分で説明できる」ことが必要である。そのため、ひし形の求積方法をもう一度、パソコンの画面で復習する。その際、「ひし形の内側にできる直角三角形と外側にできる直角三角形が合同であることを同じマーク(○や△等)で印をつけると、後で外側の大きな長方形の半分であることがよくわかるね。」ということを共通理解しておく。そして、ひし形の対角線を少し動かしひし形を変身させてもこの公式が適用できることを確認する。そうすることで、図形が外側の大きな長方形の半分になっていることを簡単に検証できるようになると考えた。

導入後、「この公式はどこまで使えるだろうか」と問うことで、子どもたちの知的好奇心に揺さぶりをかける。その際、対角線が垂直に交わることを子どもたちが意識できるように方眼紙を用意する。また、それでもイメージがつかめない子どもたちのために、2本の対角線と同じ長さのひごやパソコンでの動画を用意する。

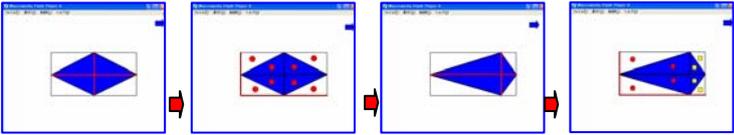
### 3. 教材開発の意図と留意点

問題解決の際、「対角線の長さはもとのひし形の長さを変えない」程度の条件を付けておく。その後で子ども同士が交流する際に混乱を招かなくてよいと思う。「対角線が垂直に交わるように動かす」といった条件は、問題解決上必要であるが始めから子どもに指示しないほうが良いと考える。問題解決の途中で子どもの方からであれば、「いいことに気づいたね」と賞賛することで、子どもたちは「ああ、そうか。対角線が垂直に交わるからこの公式は使えるんだ」と気づくことにつながるのではないかと考える。また、子どもたちがどんどん図形を作成できるように、方眼用紙は、1つにつき1枚とし、多めに印刷しておき自由に取らせるようにする。

## 4. 展開

(1) 目標 ひし形の対角線を動かした図形を作り、作った図形もひし形の求積公式が使えることを説明することができる。

(2) 学習指導過程

学 習 活 動	留意点と手だて
<p>1 ひし形の対角線が動く動的な教材を用意し、実際に動かしてひし形がどのように変形されていくか見せる。</p>  <p>対角線の長さを変えずに動かしていくとひし形でない形になったけど、やっぱりひし形の求積の方法が使えるそうだな。</p> <p>2 ひし形の対角線を動かして変形させた四角形をつくり、ひし形の求積の公式が適用できるか検証する。</p> <p>もう一方の対角線も動かしてみたら、おもしろい形になったよ。</p> <p>それも、中の直角三角形と外の直角三角形が等しいから、公式が使えるね。</p> <p>3 くさび形への応用について考える。</p> <p>対角線を動かしていったらついに三角形になっちゃた。これもいいのかなあ？</p> <p>対角線が、底辺と高さになっていることになるから OK だよ。そしたら、三角形の面積の公式と同じになったね。</p> <p>これはどうかな？</p> <p>上と下の三角形を同じ高さで動かしたら、と同じになるから、やっぱり使えるよ。</p> <p>4 今日のまとめをノートに書き、評価問題を解く。</p> <p>対角線を動かしていくと、いろいろな図形になったけど、全部ひし形の公式が使えたよ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ひし形の内側と外側にできる合同な直角三角形に●や▲等の印をつけ、外側の長方形の面積の半分になっていることを確認する。</li> <li>2本の対角線の長さは変えずに動かすという約束をする。</li> <li>1つできた児童は、もっと対角線を動かしてできる形はないかと助言し、どんどんチャレンジしていけるように、方眼紙を何枚も用意しておく。</li> <li>くさび形をいきなり見せるのではなく、対角線が外に出たときの四角形であることに気づけるように子どもの考えた図形を並べるようにする。</li> <li>更に、たこ形から一般四角形への変形も動的に見せることで、公式の広がりを深められるようにする。</li> </ul> <p>【評】適用題を評価問題とする。時間があれば、本時の振り返りを発表させ、子どもたちそれぞれの気づきを交流させるようにする。</p>

(3) 評価

B：対角線が垂直に交わる四角形を作っていくとたこ形ができることに気づき、その図形もひし形の求積方法で求めることができる。

A：対角線が垂直に交わる図形を作っていくと三角形になったり、くさび形になったりすることに気づき、その図形もひし形の求積方法で求めることができる。

## 5. 考察

導入では、前時に学習したひし形の面積の公式を想起させひし形の面積の公式「対角線×対角線÷2」を板書した。

その後、右の図のようにひし形を出し、対角線に赤色の線を

ひき、それが左と下方向に動き外側に接する長方形の縦と横になることや、ひし形の中にも外にも直角三角形ができて、それぞれ等しいことから、ひし形は長方形の面積の半分になること、つまり対角線と対角線をかけて、それを2でわると面積が求められることをもう一度確認した。ここでは、特に直角三角形が同じであることを●を使って表すことで直感的に外の長方形の半分であることをみんな説明できるようになることが大切であると思い丁寧に扱った。

その後、「この公式はこの図形だけに使えるのだろうか」と子どもたちに問いかける。子どもたちは、今までそのようなことを考えたこともないといった顔でポカンとこちらを見ている。そこで、更に、上で示したひし形を少し動かして見せた。

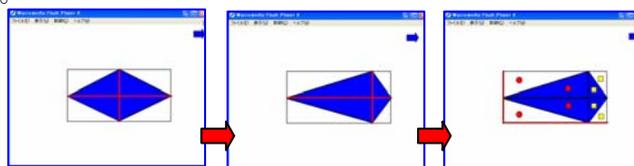
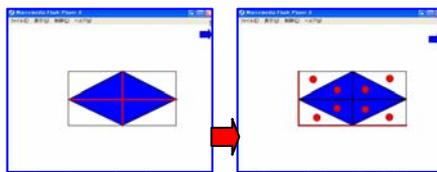
つまり、右図のように対角線を一本右に動かして見せてみた。そして、さっきと同じように外側にできる長方形の半分の面積になっていることを大きさの等しい直角三角形に印を入れることで説明してみせた。

そうすると、子どもたちは「だったら、他にもできそうだな」とつぶやきだした。そこで、本時の学習問題を「ひし形の面積の公式は、どこまで使えるだろうか?」というものにして、対角線を動かして図形を変形するだけでなく、この公式がどこまで使えるか考えてみようとして子どもたちと共に問題をつくってみた。日本語としては不十分な文章ではあるが、それまでの活動で、子どもたちと共有できる問題であるならば、それで十分であると考えた。



指導案どおり、子どもたちには方眼紙と対角線の長さと同じ赤い厚紙のテープを用意し、自由に取らして作図させ、その後、この公式が使えるかについても調べてみるように指示した。また、あえて対角線を動かしてできる図形という言葉を

使い、三角形やくさび形もできるということを暗示させるようにした。子どもたちは、予想通り三角形を作ることができ、三角形もひし形の公式を使ってできることに気づいた。しかし、くさび形については、どうしても踏み込んで考えることができなかつた。子どもたちに渡した方眼紙には、外側にできる長方形よりは少し多めに方眼をかいた方眼用紙を与えていたのだが、それだけでは不十分だったようである。後で、指導の先生に指摘されたのであるが、子どもの考えた図形をもう少し、くさび形に変形されていく過程が分かるように並べて貼って見せてやれば、くさび形を試してみる子どもも現れたのではないかと思う。本時では、その場面をパソコンの動画で見せて終わってしまったのが残念である。しかし、どちらにしても、くさび形になると、合同な直角三角形が2つずつあるという説明だけでは、説明しきれない。こちらについては、高さが外にくる鈍角三角形を直角三角形に変形するとくさび形の中にできる三角形も直角三角形になり、くさび形と三角形の面積が同じになると説明する必要がある。そういう図形の貼り方も、このように貼るのがいいのかもしれないと感じた。



## 6. 評価カード

チェック問題1

5年 名前 ( ) No. ( )

ひし形の面積 = (対角線 × 対角線) ÷ 2 はどこまで使えるか？

色のついてあるところの面積を求められるかな？  
どのように考えたか分かるように図にかきこみをしてみましょう！

式

チェック問題2

5年 名前 ( ) No. ( )

ひし形の面積 = (対角線 × 対角線) ÷ 2 はどこまで使えるか？

色のついてあるところの面積を求められるかな？  
どのように考えたか分かるように図にかきこみをしてみましょう！

式

自由にかきこみが、できるように方眼紙の上に図形をかいておく。

### 評価の基準

- B：対角線が垂直に交わる四角形を作っていくとたこ形ができることに気づき、その図形もひし形の求積方法で求めることができる。
- A：対角線が垂直に交わる図形を作っていくと三角形になったり、くさび形になったりすること気づき、その図形もひし形の求積方法で求めることができる。

〈B例〉

チェック問題1

5年 名前 ( ) No. ( )

ひし形の面積 = (対角線 × 対角線) ÷ 2 はどこまで使えるか？

色のついてあるところの面積を求められるかな？  
どのように考えたか分かるように図にかきこみをしてみましょう！

式  $11 \times 8 \div 2 = 44$   
外の大きな長方形の半分になっているから

$44\text{cm}^2$

〈A例〉

チェック問題2

5年 名前 ( ) No. ( )

ひし形の面積 = (対角線 × 対角線) ÷ 2 はどこまで使えるか？

色のついてあるところの面積を求められるかな？  
どのように考えたか分かるように図にかきこみをしてみましょう！

式  $8 \times 5 \div 2 = 20$   
同じ面積の三角形に変えると、長方形の半分になるから

$20\text{cm}^2$