

1 全国学力・学習状況調査と本時の授業

平成20年度の全国学力・学習状況調査の問題に、「掃除当番表」と呼ばれる問題が出題されていた。この問題の趣旨は、日常の事象から規則性をよみとり、示された解決方法を解釈し、別の問題に数学的に表現することをねらいとする「主として活用」の問題だった。掃除当番表を作るという日常的な問題場面で、思考力・判断力・表現力等を駆使して課題を解決していく力を問う問題である。このような力は本単元、4年生「変わり方」で学習する。

平成20年度全国・学力学習状況調査【算数 B】

4

まなみさんの学校では、5か所のそうじを、5つの班で分担して行います。そこで、右の図のようなそうじ当番表を作りました。中の円は、回すことができます。

そうじは1学期の最初の週から始めます。そうじ場所は1週間で交代し、2週目からは、中の円を右回りに1つずつ回します。

1週目 → 2週目 → 3週目 → 4週目 → 5週目

(1) 7週目のそうじ当番表は、上の1週目から5週目までのそうじ当番表の中で、どれと同じになりますか。下の1から5までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。

1 1週目
2 2週目
3 3週目
4 4週目
5 5週目

(2) まなみさんは、1班です。カレンダーを見ると、1学期は、全部で15週あります。1学期の中で、1班が教室のそうじをする週をすべて求めます。まなみさんは、式を使って、次のように求めました。

まなみさんの求め方

1班が、最初に教室のそうじをするのは、1週目です。そうじ当番表は、5週でひと回りします。だから、1班が教室のそうじをする週は、

$$1 + 5 \times (\text{そうじ当番表がひと回りした回数})$$

で、わかります。この式にあてはめて表すと、次のようになります。

$1 + 5 \times 0 = 1$
$1 + 5 \times 1 = 6$
$1 + 5 \times 2 = 11$
$1 + 5 \times 3 = 16$

1学期は、全部で15週だから、16週目はそうじがありません。

このことから、1学期の中で、1班が教室のそうじをする週は、1週目、6週目、11週目です。

次に、まなみさんと同じ求め方で、1学期の中で、1班が校庭のそうじをする週をすべて求めます。

下にある求め方の、□の中には数を、○の中には式と言葉を書き、()の中には言葉を入れましょう。それぞれ解答用紙に書きましょう。

求め方

1班が、最初に校庭のそうじをするのは、□週目です。そうじ当番表は、5週でひと回りします。だから、1班が校庭のそうじをする週は、

$$\square + 5 \times (\text{そうじ当番表がひと回りした回数})$$

で、わかります。この式にあてはめて表すと、次のようになります。

※ 解答は、すべて解答用紙に書きましょう。

このことから、1学期の中で、1班が校庭のそうじをする週は、()です。

設問(1)は正答率が81.3%と高い。出題側の意図は「1回目から5回目までが繰り返している」という規則性に着目する力をみるために出題した問題だと思いが、単純に6回目、7回目と数えても分かるだろう。

これに比べて設問(2)は難しい。設問(2)の正答率は38.5%である。教室掃除のパターンを理解して、その考え方を校庭掃除にあてはめて考えなければならない。ところが単純にあてはめるだけでは解けないようになっている。教室掃除の当番は「 $1 + 5 \times (\text{掃除当番が一回りした回数})$ 」となるが、校庭掃除の当番は「 $3 + 5 \times (\text{掃除当番が一回りした回数})$ 」になる。この問題はわり算のあまりに着目した問題を逆に構成しているので、教室掃除のときの「1」が校庭掃除には「3」になることの理解が必要である。このような問題で正答率が極端に低くなるのは、示された解決方法を理解し、その解決方法を用いて、別の問題の解決方法を考えるということに課題があるためだ。新学習指導要領では、この問題に見られるように、身に付けた知識・技能を実生活や他教科の学習、より進んだ算数・数学の学習へと「活用する力」を育成することを目指している。

2 どのように子どもの思考過程を生かし支援するか

(1) 規則性を見つける支援

日常の事象から規則性を見いだすことは、物事を数理的にとらえ、よりよい問題解決をしていくために大切である。この規則性は帰納的な考え方をすることで見つけることができる。帰納的な考え方とは以下のような流れで思考ができることである。

「帰納的な考え方」は算数の中でよく使われる。たとえば、かけ算の九九表からきまりを見つけるとき、また、公式に一般化するときなど、算数の多くの時間は「帰納的な考え方」を用いて構成されている。

【帰納的な考え方】

いくつかのデータを集める。

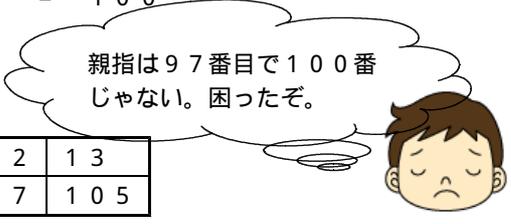
それらのデータの間に見られるルールや性質を見いだす。

そのルールや性質が、そのデータを含む集合(変数の変域全体)で成り立つであろうと推論する。

この推論した一般性が真であることをより確かにするために、新しいデータにあてはめ確かめてみる。

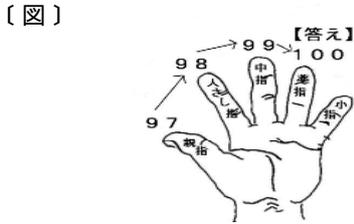
【100番目は？】

〔式〕 $1 + 8 \times 12 + 3 = 100$
 「親指 97番目」



〔表〕

周回数 (周)	0	1	2	3	...	12	13
何番目 (番)	1	9	17	25	...	97	105



(3) 解決方法を別の問題にあてはめるときの支援

算数の学習を進める中で、問題の解決方法を一般化して考える態度を育てることが大切である。指導に当たっては、一つの問題を解いた後に、そこで終わりにするのではなく、「別の指でもできないか」と考える場を設定し、解決方法のどの部分を変えればよいかを考える経験ができるようにした。

しかし、単に数値を変えるというのでは「再生」する力は付いても、「活用」する力にまでは至らない。そこでこの問題では、「親指」で行った考え方をそのまま適応するだけでは解けないような問題にしている。さらに、それぞれの指により、きまりや式にするときの難易度を変えてある。考える力を育てていくのは、子どもの「こだわり」と「向上心」を育てなければならない。問題にしがみついて離れない持続性と、難しくてもあきらめずにがんばろうとする向上心が、考える力の土台になっている。今の世の中、少し難しい問題があると、考えて何とかしようと思わず、すぐにあきらめてしまうようなところがある。PISA調査でもそれは現れており、他国に比べ日本の解答は白紙の解答が多いそうだ。そこで、今回はあえて難易度を示して、自発的に「難しそうだけどがんばってみよう」と思うような場をつくった。後半の問題は次のようになる。

〔問題2〕 200番目の指はどの指でしょう。

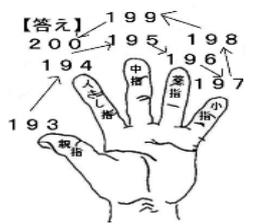
【レベル1】 「親指」できまりを見つける

「親指」で100番目の指を求めることは学習している。その考え方を200番目にあてはめると解ける。しかし、「親指で100番目」の問題を理解できなかった児童もいると思われるので、この問題を解くことで定着を図りたい。

〔式〕 $1 + 8 \times 24 + 7 = 200$
 「親指 193番目」

右に7つ移動

【答え】人差し指



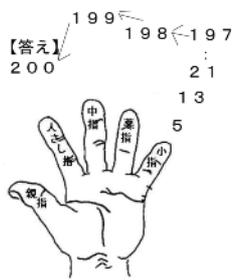
【レベル2】 「小指」できまりを見つける

小指は、ほぼ「親指」と同じ考え方が適応できる。違いは、式にしたとき「+1」の部分が「+5」になることである。

〔式〕 $5 + 8 \times 24 + 3 = 200$
 「親指 197番目」

左に3つ移動

【答え】人差し指



【レベル3】 「中指」できまりを見つける

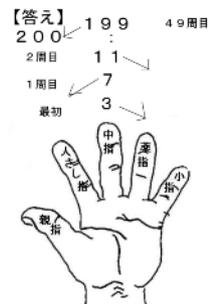
中指は一見きまりが「4ずつ増える」ということで見つけやすそうである。ところが右に動くのか、左に動くのかの判断で迷う。 に入れる数が奇数なら右に移動し、偶数なら左に移動する。偶数、奇数は未習なので、3, 11, 19, とあえて同じ方向に動く番号だけできまりをとらえて解くことも可能である。

〔式〕 $3 + 4 \times 49 + 1 = 200$

「親指199番目」

左に1つ移動

【答え】人差し指



【レベル4】 「人さし指」「薬指」できまりを見つける。

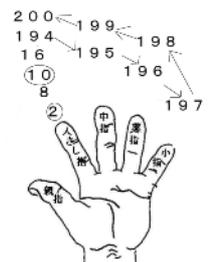
2 8 10 16と増えていくので+6, +2, +6, +2と増えていくきまりはある。しかし、これでは式化できないので、 をつけたものだけを見て、「8ずつ増える」というところから考えるとよいだろう。

〔式〕 $2 + 8 \times 24 + 6 = 200$

「親指194番目」

右に6つ移動

【答え】人差し指



(4) 活用する力を育てる授業の支援の一般化

活用する力を育てる授業では、教師はどのように支援していけばよいのだろうか。まず第1に知識・技能を「活用」する授業を設計することが必要である。その知識・技能を「活用」する授業の中で、教師に導かれた探索と自分で考えた思考が一致していくようにするのが目指す支援の方向である。自由度の高すぎる場面では子どもは思考できず、あせんとした状態に陥る。逆に何もかも教師が示しては、子どもの思考過程を妨げてしまう。知識・技能の活用を図る授業では、教師の意図性と子どもの思考過程が一致するように授業を構成していく必要がある。中央教育審議会委員を務める白梅学園大学の無藤隆教授は「活用力を育てる授業」の5つのチェックポイントをあげている。

- ・前提となる知識・技能はしっかりと習得されているか。
- ・思考に必要なヒントや道筋は与えたか。
- ・子どもの思考の焦点は絞れているか。
- ・教師が一方向的に正解を与えるのではなく、子どもの思考を生かして授業を組み立てているか。
- ・一部の子どもではなく、全員が思考しているか。

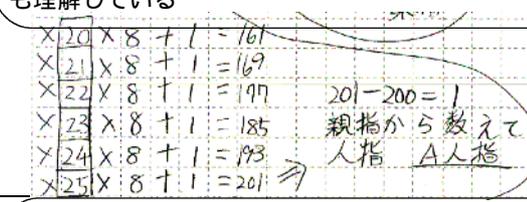
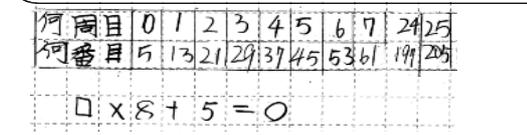
3 どのように評価するか

教育評価は「教え」と「学び」の接点であるといわれる。評価を明確にすることで、目標が明確になり、何をどう教えるかの道筋も見えてくる。本時は「問題2 200番目の指はどの指になるだろう」がパフォーマンス課題である。

【本時のパフォーマンス評価】

パフォーマンス課題		200番目の指はどの指になるだろう。
-----------	--	--------------------

評価規準	「親指」を使った解決方法（規則性の読み取り及び式や表に整理して解決する）を理解し、その解決方法を数字のちがった場合に当てはめたり、別の指に当てはめて考えることができる。（数学的な考え方）
------	---

尺度	評価規準	評価資料	
A	4	<p>・きまりが、そのデータを含む集合で成り立つであろうと推論している。</p> <p>・この推論したことが、真であることをより確かにするために新しいデータに当てはめ確かめている。</p>	<p>規則性を見つけ、関係式に数値を入れ、ずれる数も理解している</p> 
	3	<p>きまりを一般化することができている。式にすることができている。</p>	
B	2	<p>・いくつかのデータを集めてきまりを見つけている。</p>	<p>小指のきまりを表から見つけている</p> 
C	1	<p>・きまりを考えようとはしているが、一部分でしか成り立たないきまりになっていたり、きまりそのものがまちがえている。</p> <p>・無回答</p>	<p>薬指のきまりをさがそうとしている</p> <p>薬指が100番目だから、その5番目に薬指にくるから、105, 110, 115...とやっていくと200は、薬指に来る。(分らない...)</p>

4 全国・学力学習状況調査の分析冊子の利用

今回の授業のきっかけは、平成20年度全国学力・学習状況調査の問題に触発され、「おもしろい問題だ。これなら授業としても扱えそうだ」と思って考えた授業である。今、各学校には、全国学力・学習状況調査の分析の冊子が4月と11月に届いていると思う。正直、何冊も届くので、その情報を十分生かし切れていないという現状があるだろう。しかし、今回の授業もその分析の本の中にある「指導に当たって」というところから授業を考えていった。学校に配られている全国学力・学習状況調査の分析の冊子は、単なる数値データだけでなく、授業をどう改善していくかという具体的な方策まで書き込まれている。この資料は授業を構成していくときに有益な参考資料となるので今後も活用していきたい。



参考文献

- 「平成20年度全国学力・学習状況調査 解説資料 小学校 算数」国立教育政策研究所 平成20年4月
- 「平成20年度全国学力・学習状況調査 解説資料 小学校 算数」国立教育政策研究所 平成20年11月
- 「新しい学力テストを読み解く」田中耕治編著 日本標準 2008年6月
- 「小学校思考力・判断力 - その考え方と指導と評価 - 」北尾倫彦編集 図書文化 1995年6月

第4学年 算数科学習指導案

- 1 単元名 変わり方を調べて
- 2 単元について

(1) 算数科の本質に迫る単元構想

平成20年度の全国学力・学習状況調査の問題に、「掃除当番表」と呼ばれる問題が出題されていた。この問題の趣旨は、日常の事象から規則性をよみとり、示された解決方法を解釈し、別の問題に数学的に表現することをねらいとする「主として活用」の問題だった。掃除当番表を作るという日常的な問題場面で、思考力・判断力・表現力等を駆使して課題を解決していく力を問う変わり方の問題だった。

新学習指導要領では、この問題に見られるように、身に付けた知識・技能を実生活や他教科の学習、より進んだ算数・数学の学習へと活用できる力を育成することを目指している。本単元「変わり方」の学習では伴って変わる2つの数量の関係を表したり、調べたりすることや、数量の関係を表す式について理解し、式を用いることができるようにすることが学習場面だけでなく、実生活にも生かせることが目標である。このねらいを達成するために、単元構成を次のように考えた。まず「事象から規則性をみつけること」や「数量の関係を式で表現すること」は、そのことをとらえやすい問題で習得できるようにする。1時間ごとの習得すべき知識・技能を明らかにし、どの児童にも確実に身に付くようにしていく。しかし、これで単元が終わるようでは、生きて働く学力とはならない。今までの算数科の学習では、習得したことを適応問題という形で知識・技能を再生できるところまでは単元が組まれていたが、実生活の活用となると弱い面があった。そこで、単元の末に、これまで習得したことを実生活に近い場面で活用する時間を設定した。この時間の問題は、習得場面よりも複雑なものになり、思考力・判断力・表現力等をより高めることができる。また、式に表すことの有用性なども、子どもに感じ取らせることができる。こうすることで、算数のよさや美しさ、考える楽しさを味わうことができ、子どもにとって楽しい授業となるようにしたい。

(2) 基礎的・基本的な知識・技能の習得

新学習指導要領では、4年D(2)数量の関係を表す式の中に「数量を x 、 y などを用いて表し、その関係を式に表したり、 x 、 y にあてはめて調べたりすること」という項目が加わる。変数を表す記号としての x 、 y を用いて式に表すと、数量の関係を簡潔に表すことができる。現行の学習指導要領では記載されていないが、教科書ではこれまでも扱っていた。今回、変数としての x や y を指導することが新学習指導要領の中に明記され、それに伴い移行期間である平成22年には3年生で「 x をつかった式」という単元ができる。本単元を構成していくときに、変数としての x を使う考え方は、習得しておいた方がよいと考えたので、本単元の中に「 x を使った式」を第1次として組み込んだ。

(3) 思考力・判断力・表現力等の育成

本単元の終末で「知識・技能の活用を図る学習」の時間を教科書にはないが追加した。そのねらいは、より現実的で複雑な場面に遭遇しても、よりよく問題を解決しようとする態度と思考力・判断力・表現力等を育てることにある。この問題は、習得場面の問題のように、簡単に答えが導き出せない。そこで、単元で学習した知識・技能を使って、できるところまで自力解決させ、それを手掛かりとして教師が交通整理をして、解決に結びつくようにしたい。このようなことを考えて、課題を「100番目の指はどれか?」という問題にした。指の順番という場面設定にしたわけは、式という抽象表現と指という具体物を行き来することで考えやすくするためである。後半では、前半の解法を別の場面に適用することを通して、児童の思考力を評価していきたい。このパフォーマンス課題では、きまりを適応する指によって難易度が変わる。難易度は「小指」「中指」「人差し指(薬指)」である。この難易度を児童に示し、より難しい問題に挑戦したいという向上心を引き出し、習熟度に応じて思考が深まるようにしていきたい。

3 単元の目標

- ・ 伴って変わる2つの数量について、進んで調べようとする。
- ・ 具体的な場に対応する数量があることに着目し、その対応のきまりをみつけ、変化の様子を考えることができる。
- ・ 伴って変わる2つの数量について、 x や y を使った式に表したり、表やグラフをもとに、それらの関係や変化の様子をとらえたりすることができる。
- ・ 伴って変わる2つの数量について、値の組を表やグラフに表すことを理解している。

4 単元構想(全7時間)

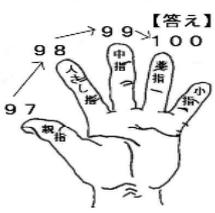
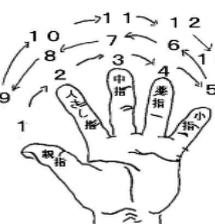
第1次 x を使った式	・・・・・・・・ 3時間
第2次 変わり方を調べて	
第1時 x や y を使った式に表す	・・・・・・・・ 2時間
第2時 変化の様子をグラフに表す	・・・・・・・・ 1時間
第3次 変わり方のきまりをみつけて	・・・・・・・・ 1時間(本時)

5 本時の学習指導

(1) 目標

- 指に付ける番号から規則性をよみとり、式を活用しながら、100番目や200番目になる指がどれかを考えることができる。

(2) 学習指導過程

学 習 活 動	自分の伸びを自覚していく過程	教師の支援と評価									
<p>1 本時の課題をつかむ。</p> <p>2 きまりを見つける (1) 自分でできるところまでやってみる。</p> <p>(2) きまりがある指を見つける。</p> <p>3 式に表して100番目の指を考える。</p>  <p>4 他の指できまりを見つけ、200番目の指を考える。</p> 	<p>これまでに、きまりの見つけ方や を使った式にすることを勉強してきたよ。</p> <p>【問題1】右のように指の数を数えていきます。100番目の指はどの指でしょう。</p>  <table border="1" data-bbox="462 694 1013 806"> <tr> <td>ずっと100までかいていこう。</td> <td>きまりがある指がある。</td> <td>計算してみるときまりだけでは解けない</td> </tr> </table> <p>きまりを見つけて、どの指になるかを考えよう。</p> <p>きまりがある指はどれかな。</p> <table border="1" data-bbox="462 996 1013 1086"> <tr> <td>親指... 8ずつ増える。</td> <td>小指... 8ずつ増える。</td> <td>中指... 4ずつ増える。</td> </tr> </table> <p>親指が100番目の指かな？式に表すと</p> <p>【最初】 $1 + 8 \times 0 = 1$</p> <p>【1回目】 $1 + 8 \times 1 = 9$</p> <p>【 回目】 $1 + 8 \times =$</p> <p>【12回目】 $1 + 8 \times 12 = 97$</p> <p>100ちょうどにはならない。あと3回必要。 $1 + 8 \times 12 + 3 = 97$</p> <p>+3は親指から右に3動くので【答え】薬指</p> <p>・きまりを見つけると、簡単に考えられるよ。 ・式は具体的な場面を表しているなので、式から考えると答えを求めることができたよ。</p> <p>【問題2】200番目の指はどの指でしょう。</p> <table border="1" data-bbox="462 1724 1013 1948"> <tr> <td>小指 8ずつ増える $5 + 8 \times 24 + 3 = 200$ 小指から3動く。</td> <td>中指 4ずつ増える $3 + 4 \times 49 + 1 = 200$ どっちへ1動くか？</td> <td>人差し指(薬指) 1つとばして8ずつ増える $4 + 8 \times 24 + 6 = 200$ 右に6つ動く</td> </tr> </table> <p>答えは人差し指です。</p>	ずっと100までかいていこう。	きまりがある指がある。	計算してみるときまりだけでは解けない	親指... 8ずつ増える。	小指... 8ずつ増える。	中指... 4ずつ増える。	小指 8ずつ増える $5 + 8 \times 24 + 3 = 200$ 小指から3動く。	中指 4ずつ増える $3 + 4 \times 49 + 1 = 200$ どっちへ1動くか？	人差し指(薬指) 1つとばして8ずつ増える $4 + 8 \times 24 + 6 = 200$ 右に6つ動く	<p>「指の本数が9本？」という簡単なトリックを見せることで問題に興味をもてるようにする。</p> <p>学習材を「指と指番号」の関係にすることで、考えたことと具体の行き来がしやすいようにする。</p> <p>「分かり方メーター」の利用でどこまで分かっているかを自覚できるようにする。</p> <p>自力解決の時間をとることで、自分の考えをもたせると同時に自分はどこまで理解できているかが自覚できるようにする。</p> <p>答えを導きやすいきまりがある指は、親指と小指である。まず親指で考えることにより考える手順が理解できるようにする。</p> <p>形式をそろえることで式に表現しやすくする。</p> <p>この考え方は「式と計算」の単元と、第1次の「をつかった式」の知識・技能を使う。考えやすくするために、学習した知識・技能を算数の知恵袋として掲示しておく。</p> <p>手のひらの図を提示することで、式中の「3」と「3つ右に動く」ということに気付きやすくする。</p> <p>他の指にもきまりがないかももう一度考えるように助言する。</p> <p>問題の難易度は「親指」「小指」「中指」「人差し指・薬指」の順である。難易度を示すことで児童の向上心に訴えかける。</p> <p>前問で自信がもてなかった児童には小指からするように助言する。</p> <p>評：ワークシートに書かれている考え方を、ループリックにより評価する。</p>
ずっと100までかいていこう。	きまりがある指がある。	計算してみるときまりだけでは解けない									
親指... 8ずつ増える。	小指... 8ずつ増える。	中指... 4ずつ増える。									
小指 8ずつ増える $5 + 8 \times 24 + 3 = 200$ 小指から3動く。	中指 4ずつ増える $3 + 4 \times 49 + 1 = 200$ どっちへ1動くか？	人差し指(薬指) 1つとばして8ずつ増える $4 + 8 \times 24 + 6 = 200$ 右に6つ動く									