

## 第6学年 単元名「さらに分数のかけ算とわり算を考えよう」

(平成23年度 「分数×分数」, 「分数÷分数」)

～算数的な表現力の育成を通して、数学的な考え方をのばす～

## 1 主張点

- (1) 学習課題を引き出す問題場面の設定の仕方を工夫することにより、分数をかけたり分数でわったりすることの意味を理解しやすくするとともに、計算の仕方を考えるなど問題解決への意欲を高めることができる。
- (2) 計算の意味や仕方を、言葉、数、式、図、数直線を用いて考えたり説明したりする活動に慣れ、習熟することにより、既習の内容を基にしながら、数学的に表現する能力を育てたり、根拠を明らかにして論理的に考える態度を伸ばしたりすることができる。

## 2 単元について

- (1) 本単元の内容は、算数科の4領域のうちの「A 数と計算」に属し、学習指導要領に書かれている第6学年の目標 (1) 分数の乗法および除法の意味についての理解を深め、それらの計算の仕方を考え、用いることができるようにする、 に対応するものである。

算数科の目標が、2度もその言葉を使って示されていることからわかるように、今回の学習指導要領の改訂では、「算数的活動」を中心とした授業改善が期待されている。本時においても、算数的活動、すなわち児童が目的意識をもって主体的に取り組む活動として、分数についての計算の意味や計算の仕方を言葉、数、式、図、数直線を用いて考え説明する活動を取り入れる。この活動は、既習の学習を基にしながら数学的に表現する能力を育てたり、根拠を明らかにして合理的に考える態度を伸ばしたりすることをねらいとしている。

(2)

(3)

## －学習課題を引き出す問題場面の設定の仕方を工夫する－

まず、かけ算の問題を作ってみる。次に、関係図などから問題の中の2つの量に比例関係が成り立つことを確認した後、それをことばの式に置き換え、数を整数から分数に換えてもよいことを理解できるようにする。同様にして、わり算の問題も作る。

問題を日常の事象など身近なところから作ることで、分数のかけ算やわり算の意味が理解しやすくなり、数量の関係がとらえやすくなる。それは、問題場面を適切な図にかいて、求めるところに印をつけたり計算の仕方を考えたりするのに大いに役立つ。また、自分が考えた問題を解いたり、後で、友達に解いてもらうことにしたりすると、いっそう、学習に対する意欲が増すと考える。

## －言葉、数、式、図、数直線を用いて考えたり説明したりする活動に習熟する－

計算の仕方を考えるときは、まず、問題場面を図にかく。その際、1の大きさを表すところを青でなぞる。求めようとする量がどれだけなのか確認するために、面積図や数直線に赤で示し、どのようにして求めたのか友達に分かりやすく伝えるために、答えにたどり着くまでを番号を打って順序よく言葉に置き換える。さらに、行った計算の式をかき加える。その後、図や式とつながりながら隣同士で、説明し合ったり、質問し合ったりする。

全体交流では2人の考えに共通する事柄、単位分数の何個分になったかを発表し、計算の仕方をまとめる。これまでのことを数値を換えて行い、一般化を図る。

このような学習スタイルを繰り返すことで、数学的に表現する能力や根拠を明らかにして論理的に考える態度が身に付くと考える。

尚、面積図を用いるのは、分数×分数の意味がとらえやすく、求める量が単位分数の何個分かが見つけやすいからである。また、数直線を用いるのは、分数をかけることの意味を目で確かめることができ、既習の計算を基にして計算の仕方を考えればよいことに気づきやすいからである。

#### 一習熟度を加味した課題別少人数指導一

児童は、分数×単位分数の計算の仕方考えた後で、他の単位分数をかける計算の仕方考えるコース「 $\frac{1}{5}$ コース」と、真分数をかける計算の仕方考えるコース「 $\frac{2}{3}$ コース」のどちらかを選択し、分かれて学習する。

「 $\frac{1}{5}$ コース」・・・ $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ の計算の仕方考えた後、 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}$ の場合にもこの計算の仕方が使えるかどうかを確かめ、分数×単位分数の計算の仕方について一般化を図る。

$\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ で行ったと同様に進めていくので、図に表したり、図や式とつないで説明することに習熟することもねらいとしている。

「 $\frac{2}{3}$ コース」・・・ $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ の計算の仕方考えた後、 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ の計算の仕方考え、分数×分数の計算の仕方について一般化を図ろうとする。

前時とは違うタイプの問題に取り組むので、既習を用いて発展的に考える力をのばすこともねらいとしている。

3 本時の学習指導 (1/5コース)

(1)目標 自分で考えた分数×分数の問題場面を思い浮かべながら、面積図や数直線を用いて分数×単位分数の計算の仕方を考え、説明することができる。

(2)学習指導過程

学習活動	予想される児童の意識と反応	教師の支援と評価
<p>1 前時の学習を振り返る。  <math>\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}</math>の計算の仕方を復習する。</p>	<p>予 想 さ れ る 児 童 の 意 識 と 反 応</p> $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$ <p>(5等分したものをさらに3等分した <math>\frac{1}{5 \times 3}</math> が4個分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>5等分したものをさらに3等分した <math>\frac{1}{15}</math> が4個分であったことを復習できるように模型を使って説明する。</li> </ul>
<p>2 問題場面を思い浮かべ、前時の計算の仕方がかける数の分母をかえても使えるかどうかを調べる。  <math>\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}</math>の計算の仕方を面積図か数直線を用いて考える。          ・計算の仕方を自分のノートに書く。</p>	<p>の 計 算 の 仕 方 を 考 え よ う。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="504 502 974 869"> <p>面積図を使って考えよう。</p> </div> <div data-bbox="1019 502 1579 869"> <p>数直線を使って考えよう。</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>問題場面を思い浮かべながら図に表しやすいように、自分で作った問題文を読み上げるようにする。</li> <li>数直線のかき方で困っている児童には、目盛りを25個とるように助言する。</li> </ul>
<p>3 計算の仕方を図を用いて説明する。          ・となり同士で説明し合う。</p>	<p>面積図を使う場合の考え:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 dmで4/5 m<sup>2</sup>ぬれる。</li> <li>5等分したものをさらに5等分した1つ分が4個ある。</li> <li>さらに5等分するので、分母に5をかける。</li> <li>つまり、分母が5×5=25になる。</li> <li><math>\frac{1}{25}</math>が4個で<math>\frac{4}{25}</math>になる。</li> </ol> <p>数直線を使う場合の考え:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 mが4/5 kgだ。</li> <li>1/5ということは、5等分した1つ分だ。だから5でわるということと同じだ。</li> <li>5でわるということは、分母に5をかける。</li> <li>つまり、分母が5×5=25になる。</li> <li><math>\frac{1}{25}</math>が4個で<math>\frac{4}{25}</math>になる。</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>考え方を順番にメモし、説明するときに役立つ手段とする。</li> <li>ペアになって説明し合い、質問することで考えを確かなものにする。</li> <li>共通点を発表するときには、必ず図で示しながら説明するように助言する。</li> </ul>
<p>4 計算の仕方をまとめる。          ・全体交流で各自が考えた計算の仕方をくらべ、にているところを話し合う。          ・図で確かめながら計算の仕方をまとめる。</p>	<p>求めるところは、5等分したものをさらに5等分した <math>\frac{1}{5 \times 5}</math> が4個分になる。</p> $\frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{5 \times 5} = \frac{4}{25}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>面積図からは、単位分数のいくつ分から、数直線からは、5でわるのと同じなので分母に5をかけることで答えが導き出されたことを確認させる。</li> </ul>
<p>5 練習問題を解く。          6 次時の課題を考える。</p>	<p><math>\frac{b}{a} \times \frac{1}{c}</math>は <math>\frac{1}{a \times c}</math> が、b個分になる。よって <math>\frac{b}{a} \times \frac{1}{c} = \frac{b}{a \times c}</math> となる。</p> <p>次は、分子が1でない分数のかけ算の計算の仕方を考えたい。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}</math>の計算の仕方が使えたことを確認し、他の単位分数でも同じように考えられることをまとめさせる。</li> <li>考えた計算の仕方に文字を当てはめ、一般化してまとめさせる。</li> <li>練習問題を解くことで、単位分数をかけることは、分母に分母をかけることを習熟させる。</li> <li>次の課題を考えさせ次時への意欲を高める。</li> </ul>

◎ 計算の仕方を単位分数のいくつ分としてとらえている。  
 B: 面積図や数直線を用いて計算方法をノートに書ける。  
 A: 面積図や数直線を用いて計算方法を説明できる。  
 ●: 前時のノートを見返し、かき方をまねて図をかけるようにする。

4 本時の学習指導 (2/3コース)

(1)目標 自分で考えた分数×分数の問題場面を思い浮かべながら、面積図や数直線を用いて分数×分数の計算の仕方を考え、説明することができる。

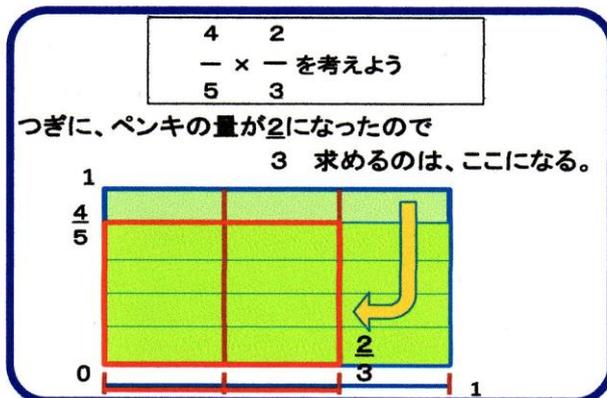
(2)学習指導過程

学習活動	予想される児童の意識と反応	教師の支援と評価
<p>1 前時の学習を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}</math> の計算の仕方を復習する</li> </ul>	$\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$ <p>(5等分したものをさらに3等分した <math>\frac{1}{5 \times 3}</math> が4個分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 5等分したものをさらに3等分した <math>\frac{1}{15}</math> が4個分であったことを復習できるように模型を使って説明する。</li> </ul>
<p>2 問題場面を思い浮かべ、前時の計算の仕方がかける数の分子をかえても使えるかどうかを調べる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}</math> の計算の仕方を面積図か数直線を用いて考える。</li> <li>• 計算の仕方を自分のノートに書く。</li> </ul>	<p style="text-align: center;"> <math>\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}</math> の計算の仕方を考えよう。         </p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">面積図を使って考えよう。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">数直線を使って考えよう。</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 問題場面を思い浮かべながら図に表しやすいように、自分で作った問題文を読み上げるようにする。</li> <li>• 図がかけない児童のために、前時にかいた面積図や数直線を黒板に掲示する。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>㊦ 分数×分数の計算の仕方を単位分数のいくつ分としてとらえ考えている。          B: 面積図や数直線を用いて計算方法をノートに書ける。          A: 面積図や数直線を用いて計算方法を説明できる。          ●: 前時のノートを見返し、かき方をまねて図をかけるようにする。</p> </div>
<p>3 計算の仕方を図を用いて説明する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• となり同士で説明し合う。</li> </ul>	<p>① 1 dℓで <math>4/5</math> m<sup>2</sup>ぬれる。          ② <math>2/3</math> m<sup>2</sup>ぬれるところには、1 m<sup>2</sup>を5等分したものをさらに3等分した <math>1/15</math> m<sup>2</sup>が8個ある。          ③ 分母は <math>5 \times 3</math> で求められる。          ④ 分子は <math>4 \times 2</math> で求められる。          ⑤ だから <math>\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}</math> で <math>\frac{8}{15}</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 考え方を順番にメモし、説明するときに役立つ手段とする。</li> <li>• ペアになって説明し合い、質問することで考えを確かなものにする。</li> <li>• 共通点を発表するときには、必ず図を示しながら説明するように助言する。</li> </ul>
<p>4 計算の仕方をまとめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 全体交流で各自が考えた計算の仕方をくらべ、にているところを話し合う。</li> <li>• 図で確かめながら計算の仕方をまとめる。</li> </ul>	<p style="text-align: center;">             求めるところは、5等分したものをさらに3等分した <math>\frac{1}{5 \times 3}</math> が <math>(4 \times 2)</math> 個分になる。         </p> $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 面積図からは、単位分数のいくつ分から、数直線からは、3でわって2をかけたことと同じなので、分母に3をかけ、分子に2をかけて答えがが導き出されたことを確認させる。</li> <li>• <math>\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}</math> の計算の仕方が使えたことを確認し、他の分数でも同じようにできるか考えさせる。</li> </ul>
<p>5 一般化に向けて、他の数値の分数の計算を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}</math> の計算の仕方を考える。</li> </ul>	<p style="text-align: center;"> <math>\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}</math> の計算の仕方と同じように考えられる。         </p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 面積図か数直線を用いて考え、数値が変わっても計算の仕方が説明できるようにする。</li> <li>• 次の課題を考えさせ次時への意欲を高める。</li> </ul>

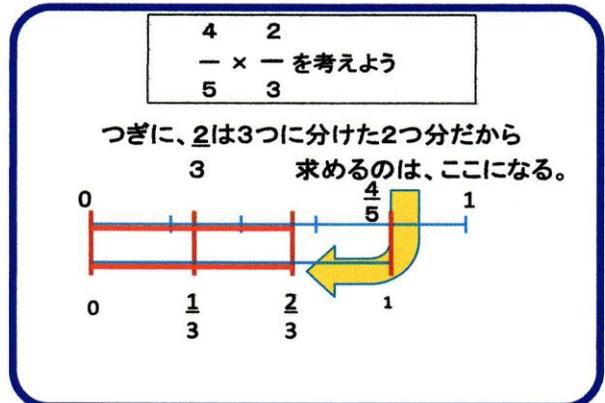
## 5 指導の実際

### (1) パワーポイントを利用した視覚に訴える指導

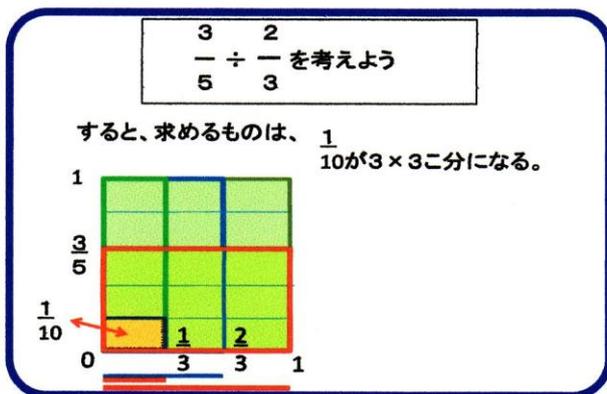
分数×分数や分数÷分数の計算を面積図や数直線を使って考える際に、面積図や数直線がかきにくい児童がいる。また、片方を使えてももう一方を使うには時間が足りない場合もある。そんなときに、パワーポイントを利用した視覚に訴える教具を指導に活用した。かくのが苦手な児童にとって、動きのある画面を繰り返し見ることで計算のイメージがわき、自分でかくことが可能になった。また、片方だけで考えていた児童に、他方の考え方を見せることで、どちらの方法でも同じように考えれば良いことに気づかせることができた。



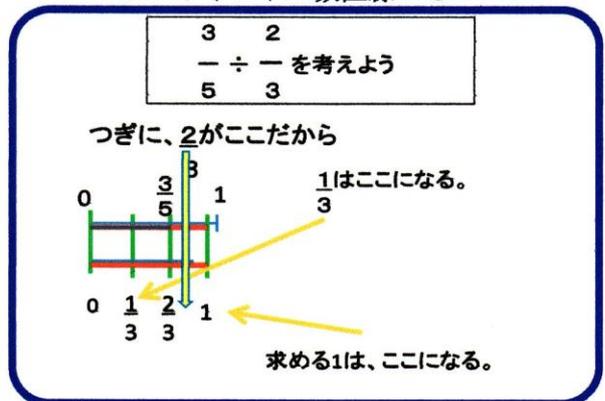
パワーポイント 面積図 1



パワーポイント 数直線 1



パワーポイント 面積図 2



パワーポイント 数直線 2

### (2) 視覚に訴える教具の開発

面積図を使って分数を表していく中で、「いくつかに分けたものをさらにいくつかに分ける。」を表すことは難しい。中には、横に分けたものをさらに横に分ける児童も見られた。そこで、横に分けたものを縦に分けるアイデアをつかませるために、豆腐のさいの目切りをヒントにした。さいころキャラメル空き箱をつなぎ合わせておいて、それを縦に切ったり、横に切ったりすることで、縦と横に分けることを視覚に訴えてつかませた。(写真1)

児童は、ノートに面積図や数直線をかいて、友だちと交流する。全体交流の場面での時間短縮のため、小黒板に面積図を貼ったものを用意しておき、発表に利用させた。(写真2)



写真 1

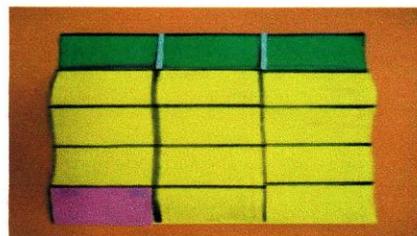


写真 2

(3) かけ算の問題づくりのためのワークシート3種

問題作りの例

かけ算 1

1 mが 3 kgの鉄のぼうがあります。  
mでは、

かけ算 3

1 □が 3 □の □があります。  
4 □では、何□になるでしょうか。

かけ算 5

1 mが 3 kgの鉄のぼうがあります。  
4 mでは、何kgになるでしょうか。

問題作りプリント 6- 名前 ( )

1 かけ算の問題を作りましょう。

1分間に $\frac{4}{5}m$ 進むおもちゃがあります。  
同じ速さで進むと $\frac{1}{3}$ 分間に何m進みますか。

関係図

$$\begin{matrix} 1分 - \frac{4}{5}m \\ \times \frac{1}{3} \swarrow \searrow \\ \frac{1}{3}分 - \square m \end{matrix} \times \frac{1}{3}$$

式  $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} =$

答え

1分間に $\frac{4}{5}m$ 進むおもちゃがあります。  
同じ速さで進むと、 $\frac{2}{3}$ 分間に何m進みますか。

(4) 面積図や数直線を使って考える。

面積図・・・1 m<sup>2</sup>を5 cm×3 cmの長方形で表すように助言する。

数直線・・・1 m<sup>2</sup>を15 cmで表すように助言する。

どちらの場合も求めるところは、 $\frac{4}{5}$ を3等分した2つ分になるところから

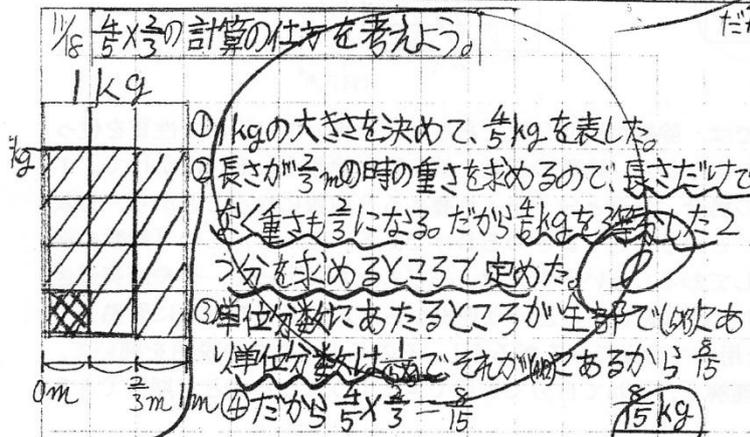
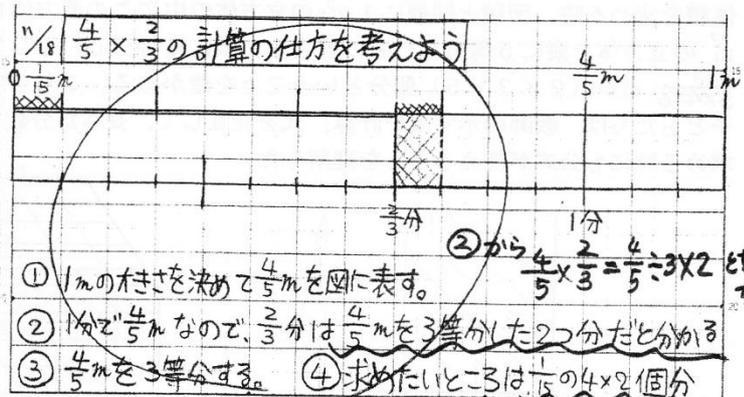
$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \div 3 \times 2 \text{ と置き換え}$$

乗数や除数が整数の場合の計算の仕方を使って

$$\frac{4}{5} \div 3 \times 2$$

$$= \frac{4}{5 \times 3} \times 2$$

$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 3} \text{ とつなぐ。}$$



$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \div 3 \times 2$$

$$= \frac{4}{5 \times 3} \times 2$$

$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$

$$= \frac{8}{15}$$

② 求めたい  $\frac{4}{5}$  kg を3等分した2つ分になる。

③  $\therefore \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \div 3 \times 2$

$$= \frac{4}{5 \times 3} \times 2$$

$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$

$$= \frac{8}{15}$$

分数のかけ算では、(分母)じょうし、(分子)じょうしをそれぞれかける

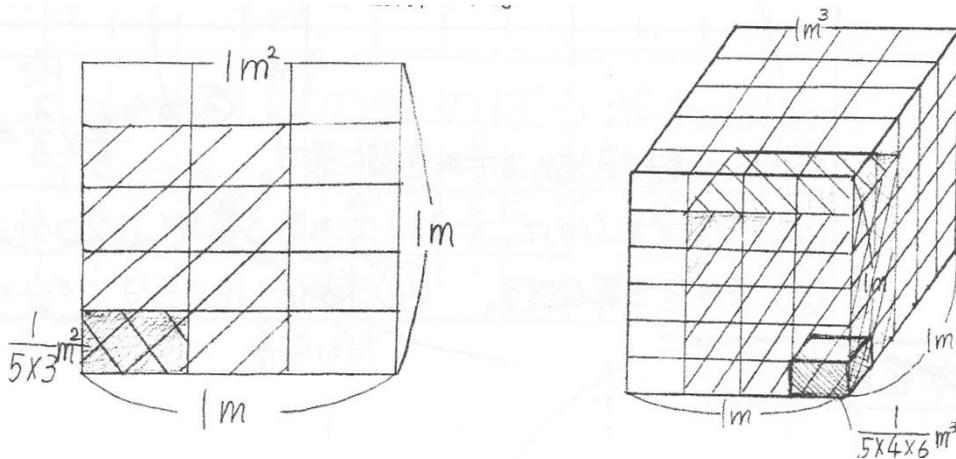


## 6 次の学習につなぐ

- (1) 本単元は、2つの小単元に分かれていて、第2小単元では、分数の乗法の活用を図る。その内の一つ、「長さが分数で表されている場合の面積、体積を求める」学習に前半の学習を生かすことができる。

教科書では、最初に分数を公式にあてはめて面積を計算し、それが正しいことを面積図を使って確かめる。しかし、この順番では、公式の適用範囲を分数にまで広げたということが、子どもたちに意識されにくいと考える。面積の公式の場合、一辺1cmの正方形の面積を $1\text{cm}^2$ と定め、それがその図形に何枚しきつめられるのか、縦の長さ（縦の枚数）×横の長さ（横の枚数）で分かることから成り立っている。そこで授業では、まず、求める長方形の面積を $1\text{m}^2$ の正方形の中に表すことから始める。次に、図からその面積を既習を用いて求め、最後に求め方と公式をつないで、縦と横の長さが分数の時も公式にあてはめて求積できることを理解させた。

続いて体積の場合だが、下図のように、例えば縦 $\frac{2}{5}\text{m}$ 、横 $\frac{3}{4}\text{m}$ 、高さ $\frac{5}{6}\text{m}$ の立方体の体積を求める時、面積と同様に $1\text{m}^3$ の立方体の中にこの直方体を描いた後、その体積が、 $1\text{m}^3$ の立方体を縦に5等分したものをさらに横に4等分し、そして、その高さを5等分した、 $\frac{1}{5 \times 4 \times 6}\text{m}^3$ が（ $2 \times 3 \times 5$ ）個分ということを確認する。こちらは、図に表すのが難しいが、子どもたちは、教師の示す図や計算、式を見直して、長さが分数で表されている立体の体積を求める時にも公式が使えることを理解した。



- (2) かわって、除数が分数の除法では、除数が単位分数である場合を除いて、除法の性質を使って、計算するようになっている。すなわち、除数の逆数を被除数と除数それぞれにかけて、1で割るという仕方である。分数の場合、分母と分子を入れ替えると逆数になることから、分数の除法を「除数の逆数をかける」ということでまとめるわけである。しかし、この「除数の逆数を使って」とか「除数を1にしてわる」という考えは、子どもたちにとって、やや唐突過ぎないか。「面積図を使って説明するのは難しい」という理由からだが、既習の方法に習熟していれば、子どもたちは、それらを用いて考えてみるだろうし、その子どもたちの説明を聞いて、もう一方の子どもたちもそれを理解し、まねて自分で説明できるようになることも期待できるのではないだろうか。

もちろん、どちらか一つの考え方を選んでというのではなく、子どもたちが、これまでの学習を生かして多様に考えられるとよく、また、どちらの方法をとっても、なぜそうなるのか、理由や根拠を明確に説明できることを目指したい。